

三角関数の近似：テーラー展開

2022年4月19日

高増計測工学研究所

東京大学 名誉教授 高増潔

<https://www.takamasu-lab.org/>



利用上の注意

- このファイルの内容, 表現, 図 (高増潔が作成したもの : ©takamasu-lab) は自由に使ってください
 - 改変, コピーなどは自由です
 - 特に許可, コピーライトの表示などは不要です
- 引用している図については, 引用元の規則に従ってください
 - 講義での資料としては, 自由に使えると思います
 - wikipedia関係は, パブリックドメインになっているものは自由に使えます
 - フリー素材は, フリーです
 - それ以外は, 引用元の提示が必要になります
- もしも, お気づきの点, 間違い, 感想などがあれば, 以下にメールしてください. 対応するかは, 状況によります.
 - takamasu@pe.t.u-tokyo.ac.jp



三角関数の近似：テーラー展開

- 三角関数を近似する（0付近でテーラー展開）
 - 簡単な計算に便利：一次式に近似できる
 - 式が解ける，微分や積分が簡単にできるので理論展開がしやすい
 - かなり広い範囲で近似が成り立つ

$$|x| \ll 1$$

$$\sin x = x - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{120}x^5 + \dots \approx x$$

$$\cos x = 1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{24}x^4 + \dots \approx 1 - \frac{1}{2}x^2 \approx 1$$

$$\tan x = x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5 + \dots \approx x$$

三角関数のテーラー展開（高増潔作成
©takamasu-lab）

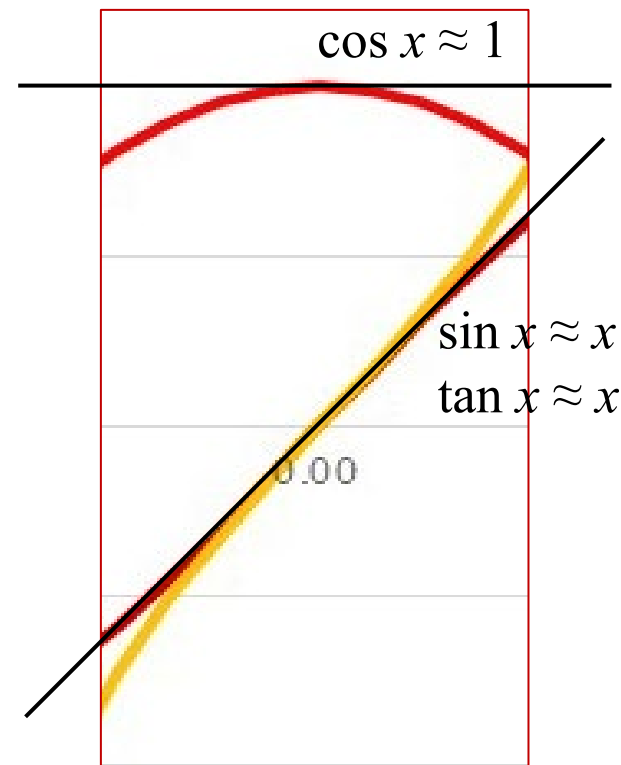
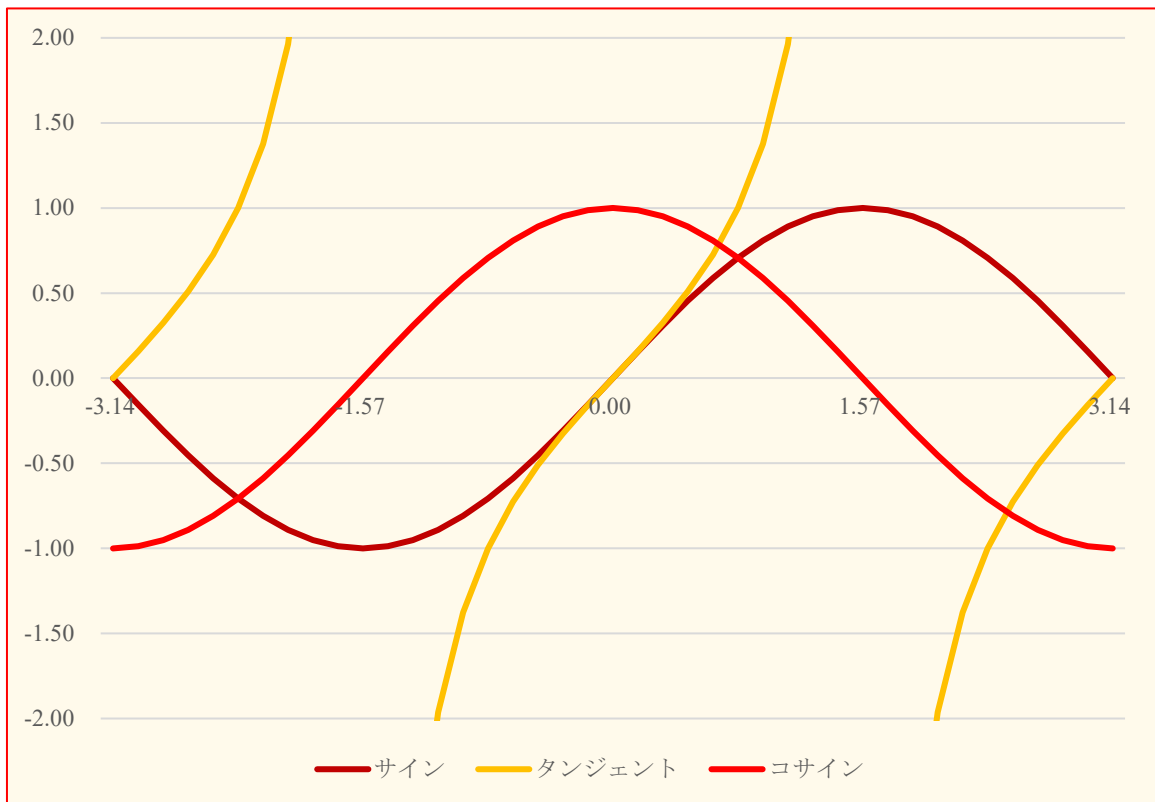
x (rad)	x (度)	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
0.0001	0.006	0.000100000000	0.999999995000	0.000100000000
0.001	0.057	0.000999999833	0.999999500000	0.001000000333
0.01	0.573	0.009999833334	0.999950000417	0.010000333347
0.1	5.730	0.099833416647	0.995004165278	0.100334672085

近似の成り立つ範囲（高増潔作成©takamasu-lab）



メモ：三角関数のグラフ

- 左図：三角関数のグラフ
- 右図：0付近では近似が成り立つ
 - サインとタンジェントは x
 - コサインは 1

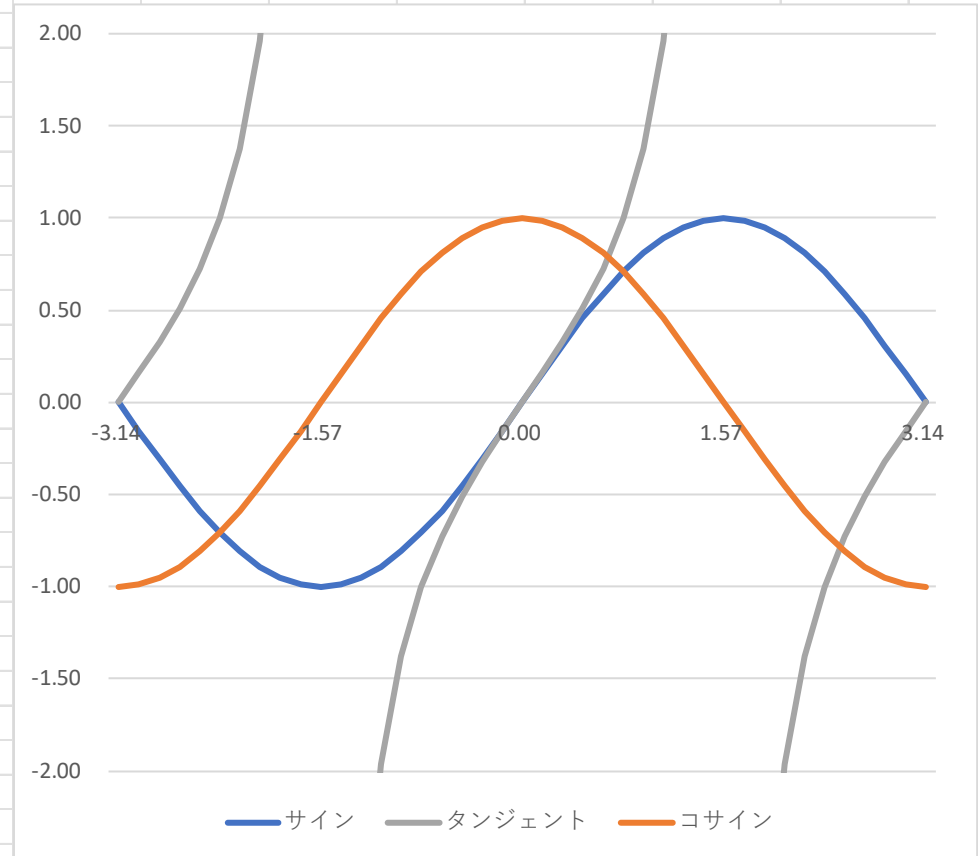


三角関数のグラフ (高増潔作成©takamasu-lab)



メモ：グラフ用のExcelワークシート

i	x	sin(x)	cos(x)	tan(x)
-1	-3.14	0.00	-1.00	0.00
-0.95	-2.98	-0.16	-0.99	0.16
-0.9	-2.83	-0.31	-0.95	0.32
-0.85	-2.67	-0.45	-0.89	0.51
-0.8	-2.51	-0.59	-0.81	0.73
-0.75	-2.36	-0.71	-0.71	1.00
-0.7	-2.20	-0.81	-0.59	1.38
-0.65	-2.04	-0.89	-0.45	1.96
-0.6	-1.88	-0.95	-0.31	3.08
-0.55	-1.73	-0.99	-0.16	6.31
-0.5	-1.57	-1.00	0.00	
-0.45	-1.41	-0.99	0.16	-6.31
-0.4	-1.26	-0.95	0.31	-3.08
-0.35	-1.10	-0.89	0.45	-1.96
-0.3	-0.94	-0.81	0.59	-1.38
-0.25	-0.79	-0.71	0.71	-1.00
-0.2	-0.63	-0.59	0.81	-0.73
-0.15	-0.47	-0.45	0.89	-0.51
-0.1	-0.31	-0.31	0.95	-0.32
-0.05	-0.16	-0.16	0.99	-0.16
0	0.00	0.00	1.00	0.00
0.05	0.16	0.16	0.99	0.16
0.1	0.31	0.31	0.95	0.32
0.15	0.47	0.45	0.89	0.51
0.2	0.63	0.59	0.81	0.73
0.25	0.79	0.71	0.71	1.00
0.3	0.94	0.81	0.59	1.38
0.35	1.10	0.89	0.45	1.96
0.4	1.26	0.95	0.31	3.08



三角関数のグラフ (高増潔作成©takamasu-lab)

